# ПРВИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА
22. април 2013

Професор: Игор Долинка Асистент: Бојан Башић

1. Нека је $S$ непразан скуп чији су сви елементи прости бројеви, и нека је испуњено: за све $p, q \in S$ (не обавезно различите) сви прости фактори броја $pq + 1$ такође су у скупу $S$. Доказати да $2 \in S$.

2. У скупу природних бројева решити једначину $4^x = 3^y + 253$.

   Једна идеја: Најпре посматрати једначину по погодном модулу, одабраном тако да једна страна једначине буде конгруентна с константом за све довољно велике вредности одређене променљиве. Одатле закључити каквог облика мора бити друга променљива. Затим добити контрадикцију посматрањем једначине по новом модулу, одабраном директним испробавањем „малих“ кандидата.

3. За природан број кажемо да је *апсолутно прост* ако је прост, и ако је сваки број добијен пермутацијом његових цифара такође прост. Доказати да сваки апсолутно прост број има највише три различите цифре.

   Једна идеја: Установити најпре да међу цифрама $0, 1, \ldots, 9$ постоје само четири које могу бити цифре неког вишецифреног апсолутно простог броја. Потом показати да, уколико су заиста све ове четири цифре заступљене у неком апсолутно простом броју, постоји пермутација цифара тог броја у којој се ове четири цифре налазе на последња четири места, таква да је посматрани број дељив са 7; контрадикција.